Prof. Dr. Alfred Toth

Informationstheoretische Semiotik I

1. Eines der fundamentalen Probleme der Benseschen Aesthetik ist das bisher fast vollständige Fehlen einer informationstheoretischen Semiotik, worunter hier in erster Näherung jenes Feld zu verstehen ist, das Bense (1981, S. 17) durch die folgende, der chemischen Schreibweise angenäherte Formel ausgedrückt hatte:

Zkl(äZ) ⇌ Ma(äZ) =

Zkl(äZ): (3.1 2.2 1.3) ⇌ Ma(äZ) = O/C,

worin Ma = O/C der sogenannte Birkhoffsche Quotient ist. Das Problem liegt hier beim Zeichen „⇌ " (vgl. Toth 2008a, b).

2. Zunächst ist daran zu erinnern, dass die eigenreale Zeichenklasse des ästhetischen Zustandes als einzige unter den Peirceschen Zeichenklassen eine triadische Realität präsentiert, die sich in drei Realitätsthematiken spiegelt:

(3.1 2.2)-them. (1.3)
(3.1 1.3)-them. (2.2)
(2.2 1.3)-them. (3.1),

d.h. die mit der Zeichenklasse dualidentische Realitätsthematik thematisiert in ihrer strukturellen Realität alle drei Bezüge des Zeichens und damit das Zeichen selbst, d.h. die den ästhetischen Zustand charakterisierende „Mitrealität" des Zeichens ist nichts anderes als die die Selbstreproduktion des Zeichens ermögliche Selbsthematisation des Zeichens im Sinne seiner „Seinsvermehrung" (Bense 1992, S. 16).

Da die höchste, d.h. triadische Partialrelation des Zeichens mit der Zeichenrelation selbst identisch ist, muss also das den ästhetische Zustand messende ästhetische Mass Ma mit der Interpretanten-Thematisation

(2.2 1.3)-them. (3.1)

semiotisch fassbar sein. Da die Komplexität C des Birkhoff-Quotienten die ästhetischen Repertoires betrifft, ist sie semiotischen durch die Mittel-Thematisation

(3.1 2.2)-them. (1.3)

fassbar. Damit bleibt für die Ordnung die Objekt-Thematisation

(3.1 1.3)-them. (2.2),

und wir können also in sehr grober Annäherung eine der obigen Benseschen verwandte Formel aufstellen:

$Ma(äZ) = O/C \equiv Z_{Int} = Z_{Obj}/Z_{Mit}$

3. Anstatt nun auf die sehr grobe „Rasterung" der drei semiotischen Bezüge

$Z_{Int} = \{(3.1), (3.2), (3.3)\}$
$Z_{Obj} = \{(2.1), (2.2), (2.3)\}$
$Z_{Mit} = \{(1.1), (1.2), (1.3)\}$

zurückzugreifen, benutzen wir die in Toth (2009a, b, c) eingeführten semiotisch-ontologischen Relationen

1. $(M \leftrightarrow O) \quad = \quad ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))$
2. $(O \leftrightarrow I) \quad = \quad ((\Omega \leftrightarrow O) \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I))$
3. $(M \leftrightarrow I) \quad = \quad ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I))$
7. $(\mathcal{M} \leftrightarrow \Omega) \quad = \quad (\mathcal{M} \leftrightarrow \Omega)$
8. $(\Omega \leftrightarrow \mathcal{J}) \quad = \quad (\Omega \leftrightarrow \mathcal{J})$
9. $(\mathcal{M} \leftrightarrow \mathcal{J}) \quad = \quad (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathcal{J})$
10. $(\mathcal{M} \leftrightarrow O) \quad = \quad (\mathcal{M} \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))$
11. $(\mathcal{M} \leftrightarrow I) \quad = \quad (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I))$
12. $(\Omega \leftrightarrow I) \quad = \quad (\Omega \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I))$,

wobei für die ontologischen Relationen gelte

$\mathcal{M}$ = {1.1, 1.2, 1.3}

Ω = {2.1, 2.2, 2.3}

$\mathcal{I}$ = {3.1, 3.2, 3.3}

Dann bekommen wir also:

1. (M ↔ O) = (({1.1, 1.2, 1.3} ↔ ({1.1, 1.2, 1.3})) ↔ ({2.1, 2.2, 2.3} ↔ {2.1, 2.2, 2.3}))
2. (O ↔ I) = (({2.1, 2.2, 2.3} ↔ {2.1, 2.2, 2.3) ↔ ({3.1, 3.2, 3.3} ↔ {3.1, 3.2, 3.3}))
3. (M ↔ I) = (({1.1, 1.2, 1.3} ↔ M) ↔ ({3.1, 3.2, 3.3} ↔ {3.1, 3.2, 3.3}))
4. ($\mathcal{M}$ ↔ Ω) = ({1.1, 1.2, 1.3} ↔ {2.1, 2.2, 2.3})
5. (Ω ↔ $\mathcal{I}$) = ({2.1, 2.2, 2.3} ↔ {3.1, 3.2, 3.3})
6. ($\mathcal{M}$ ↔ $\mathcal{I}$) = ({1.1, 1.2, 1.3} ↔ {3.1, 3.2, 3.3})
7. ($\mathcal{M}$ ↔ O) = ({1.1, 1.2, 1.3} ↔ ({2.1, 2.2, 2.3} ↔ {2.1, 2.2, 2.3}))
8. ($\mathcal{M}$ ↔ I) = ({1.1, 1.2, 1.3} ↔ ({3.1, 3.2, 3.3} ↔ (3.1, 3.2, 3.3}))
9. (Ω ↔ I) = ({2.1, 2.2, 2.3} ↔ ({3.1, 3.2, 3.3} ↔ {3.1, 3.2, 3.3}))

Eine weitere Verfeinerung und damit Komplexitätssteigerung könnten wir erreichen, indem wir von Anfang an wie in Toth (2009c) setzen:

Mittelbezug = ($\mathcal{M}$ ↔ M)

Objektbezug = (Ω ↔ O)

Interpretantenbezug = ($\mathcal{I}$ ↔ I),

dies führt allerdings zu infinitem Regress und verwandelt die semiotischen Relationenmengen in Mirimanoff-Serien.

Aus Platzspargründen zeigen wir die Anwendung des hier benutzten Modells lediglich für die obige komplexe Relation 1 und bemerken, dass natürlich bei allen 9 Relationen jeweils Dyaden-Paare aufeinander abgebildet werden, so dass das diesem relationalen Modell zugrundeliegende semiotische Modell die grosse semiotische Matrix ist (vgl. z.B. Bense 1983, S. 93). Wir zeigen also die Dyaden-Kombinationen exemplarisch anhand von

$$
\begin{aligned}
1.\ (M \leftrightarrow O) \quad = \quad & ((\{1.1, 1.2, 1.3\} \leftrightarrow (\{1.1, 1.2, 1.3\})) \leftrightarrow \\
& (\{2.1, 2.2, 2.3\} \leftrightarrow \{2.1, 2.2, 2.3\})),
\end{aligned}
$$

d.h. der elementaren semiotischen Bezeichnungsfunktion sowie ihrer Inversen. Wir bekommen im 1. Schritt

$$
(\{1.1, 1.2, 1.3\} \leftrightarrow (\{1.1, 1.2, 1.3\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{lll} (2.1\ 2.1) & (2.2\ 2.1) & (2.3\ 2.1) \\ (2.1\ 2.2) & (2.2\ 2.2) & (2.3\ 2.2) \\ (2.1\ 2.3) & (2.2\ 2.3) & (2.3\ 2.3), \end{array} \right.
$$

im 2. Schritt

$$
\left. \begin{array}{lll} (1.1\ 1.1) & (1.2\ 1.1) & (1.3\ 1.1) \\ (1.1\ 1.2) & (1.2\ 1.2) & (1.3\ 1.2) \\ (1.1\ 1.3) & (1.2\ 1.3) & (1.3\ 1.3) \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{lll} (2.1\ 2.1) & (2.2\ 2.1) & (2.3\ 2.1) \\ (2.1\ 2.2) & (2.2\ 2.2) & (2.3\ 2.2) \\ (2.1\ 2.3) & (2.2\ 2.3) & (2.3\ 2.3), \end{array} \right.
$$

und im 3. Schritt 81 Kombinationen von Dyaden-Paaren wie

$$
\begin{array}{l}
((1.1\ 1.1), (2.1\ 2.1)) \\
((1.1\ 1.1), (2.1\ 2.2)) \\
((1.1\ 1.1), (2.1\ 2.3)) \\
\qquad\qquad \vdots \\
((1.3\ 1.3), (2.3\ 2.1)) \\
((1.3\ 1.3), (2.3\ 2.2)) \\
((1.3\ 1.3), (2.3\ 2.3))
\end{array}
$$

4. Damit haben wir also für alle 9 Relationenmengen je 81 mögliche Kombinationen von Dyaden-Paaren anstatt drei Trichotomien für die drei Triaden des ursprünglichen Peirceschen Zeichenmodells. Hiermit haben wir somit den semiotischen, d.h. linken Teil der anfangs wiedergegebenen Gleichung Benses

Zkl(äZ): (3.1 2.2 1.3) ⇌ Ma(äZ) = O/C

in operationeller Weise erledigt. Um nun auch den rechten Teil zu erledigen, d.h. mit dem linken in Verbindung zu bringen, worin ja die besondere Schwierigkeit dieser Formel liegt, verweisen wir darauf, dass nach Maser (1971, S. 92 f.) die folgende Beziehung zwischen dem Birkhoff-Quotienten und der Wahrscheinlichkeitsrechnung besteht:

$$\text{Komplexität} = \text{Entropie} = H_i = -\sum_{j=1}^{nj} p_{ij} \cdot \mathrm{ld}\, p_{ij}$$

$$\text{Ordnung} = \text{Redundanz} = \frac{H_{i(max)} - H_i}{H_{i(max)}}$$

Nach unseren obigen Ausführungen haben wir damit

$$\{(1.1\ a.1), (1.1\ b.2), (1.1\ c.3), \ldots, (1.3\ 3.3)\} = H_i = -\sum_{j=1}^{nj} p_{ij} \cdot \mathrm{ld}\, p_{ij}$$

$$\{(2.1\ a.1), (2.1\ a.2), (2.1\ a.3), \ldots, (2.3\ 3.3)\} = \frac{H_{i(max)} - H_i}{H_{i(max)}}$$

mit (a, b, c) ∈ {1., 2., 3.}. Für das ästhetische Mass gilt dann

$$\mathrm{Ma} = ((3.a\ 3.b)\ (2.c\ 2.d)\ (1.e\ 1.f))\ ) = H_i = -\sum_{j=1}^{nj} p_{ij} \cdot \mathrm{ld}\, p_{ij} \Big/ \frac{H_{i(max)} - H_i}{H_{i(max)}},$$

da die Dyaden-Paare ja das Modell der Grossen Matrix voraussetzen, und diese nach der gegebenen allgemeinen Form zu erweiterten Zeichenklassen kombiniert werden.

Um nun die folgenden Verbindungen

$Ma \rightleftharpoons ((3.a\ 3.b)\ (2.c\ 2.d)\ (1.e\ 1.f))\ )$

$O \rightleftharpoons \{(2.1\ a.b), (2.1\ c.d), (2.1\ e.f), ..., (2.3\ 3.3)\}$

$C \rightleftharpoons \{(1.1\ a.b), (1.1\ c.d), (1.1\ e.f), ..., (1.3\ 3.3)\}$

herzustellen, sei vorgeschlagen, die Zahlenwerte für das ästhetische Mass, die Entropie und die Redundanz als Indizes der eine Mittel-, Objekt- oder Interpretanten-Partialrelation formierenden Dyaden-Paare zu benutzen. Für die absoluten Zahlenwerte gilt dabei

$Ma \leq 1$
$O \geq 0$
$C > 0$

Man beachte, dass Ma nur in der statistischen Aestetik maximal 1 erreicht, im Falle der Birkhoff-Formel kann dieser Wert, und ist er zumeist, grösser (vgl. Gunzenhäuser 1975, S. 21 ff.). Dass die Komplexität grösser als 0 sein muss, da sonst die Division unmöglich ist (bzw. die Regel von de l'Hôpital beigezogen werden muss), dürfte klar sein. Je grösser ist Ordnung ist, desto grösser ist also natürlich das ästhetische Mass nach der ursprünglichen Intention Birkhoffs.

Abschliessend sei noch darauf verwiesen, dass die Komplexität von Maser (1971) zurecht auf der Basis der von Bense eingeführten Superisation eingeführt wird. Nun ist diese natürlich im Falle unserer Definition eines auf Dyaden-Paaren als Subzeichen basierenden Zeichens

$((3.a\ 3.b)\ (2.c\ 2.d)\ (1.e\ 1.f))$

konstant, d.h. immer = Superisationsstufe 1. Superisation kann nun aber in unserem oben präsentierten Modell durch rekursive Ersetzung nicht-transzendenter durch transzendente Kategorien erreicht werden, so dass wir aus einer 1. Superisationnsstufe

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow M), ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)), ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O) \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow I)))$$

eine 2.

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)) \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I)))),$$

eine 3.

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))) \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I))))),$$

eine 4.

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)))) \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow (\mathcal{J} \leftrightarrow I)))))),$$

usw., allgemein: n Stufen erreichen können. Um nun den Anschluss an die informationstheoretisch-probabilistischen Ausführungen Masers (1971, S. 79 ff.) zu gewährleisten, brauchen lediglich wiederum die einzelnen Partialrelationen durch Werte aus Ma, O und/oder C indiziert zu werden. Dabei werden also in Superisationsstufe 2 die Paare von Dyaden zu Tripeln, ..., auf der n. Superisationsstufe also durch n-Tupel ersetzt.

Bibliographie

Bense, Max, Übergänge zwischen numerischer und semiotischer Ästhetik. In: Plebe, Armando (Hrsg.), Semiotica ed Estetica. Roma 1981, S. 15-20

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Gunzenhäuser, Rul, Mass und Information. Baden-Baden 1975

Maser, Siegfried, Numerische Ästhetik. 2. Aufl. Stuttgart 1971

Toth, Alfred, Semiotische Informationsraffung I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20Inf.raffung%20I.pdf (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Informationsraffung II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20Inf.raffung%20II.pdf (2008b)

Toth, Alfred, Ein verfeinertes semiotisches Modell für den Mittelbezug. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)
Toth, Alfred, Ein verfeinertes Modell für den Mittelbezug II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)
Toth, Alfred, Die rekursive Verschachtelung der Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009c)

24.7.2009